# Présentation Pôle Signaux

Aurélia FRAYSSE

Groupe Problèmes Inverses
Laboratoire des Signaux et Systèmes (L2S)

11 Septembre 2014

# Parcours

- Thèse en mathématiques appliquées à l'Université Paris 12 Créteil.
  *Mots clés : Ondelettes, Analyse multifractale, théorie de la mesure en dimension infinie*
- Post doctorat à Telecom Paris-Tech.
  *Mots clés : Théorie de l'information, statistiques non-paramétriques*
- **Depuis 2008 : Maître de Conférences à l'Université Paris Sud rattachée au L2S**.

# Parcours

- Thèse en mathématiques appliquées à l'Université Paris 12 Créteil.
  *Mots clés : Ondelettes, Analyse multifractale, théorie de la mesure en dimension infinie*
- Post doctorat à Telecom Paris-Tech.
  *Mots clés : Théorie de l'information, statistiques non-paramétriques*
- **Depuis 2008 : Maître de Conférences à l'Université Paris Sud rattachée au L2S**.
- Depuis 2010 membre du GPI.

# Recherche actuelle

Problèmes abordés :

- Développement de méthodes de reconstruction.
- Application au traitement d'images.

# Recherche actuelle

Problèmes abordés :

- Développement de méthodes de reconstruction.
- Application au traitement d'images.

Mots-clés : Reconstruction bayésienne, optimisation en dimension infinie, grande dimension, parcimonie.

# Méthodologie Bayésienne variationnelle

## Problème

- Reconstruction bayésienne pour les problèmes inverses mal-posés.
- Problème de détermination de la loi *a posteriori* nécessaire dans la construction des estimateurs.

# Méthodologie Bayésienne variationnelle

## Problème

- Reconstruction bayésienne pour les problèmes inverses mal-posés.
- Problème de détermination de la loi *a posteriori* nécessaire dans la construction des estimateurs.

## Principe

Approcher la loi *a posteriori* $p(\mathbf{x}, \gamma_{\mathbf{b}}, \gamma_p|\mathbf{y})$ par des **lois séparables** en minimisant la divergence de Kullback-Leibler par rapport à l'a posteriori recherché.

Problème d'optimisation convexe à résoudre :

$$q^{opt} = \arg\min_{q \; p.d.f. separable} \mathcal{KL}\left[q(\mathbf{w}) \| p(\mathbf{w}|\mathbf{y})\right] \qquad (1)$$

**Optimisation dans un ensemble de densités de probabilité**

# Approche Bayésienne variationnelle classique

- La solution de (1) est donnée par $q(\mathbf{w}) = \prod_i q_i(w_i)$, où

$$q_i(w_i) = \frac{1}{K_i} \exp\left( \langle \log p(\mathbf{y}, \mathbf{w}) \rangle_{\prod_{j\neq i} q_j(w_j)} \right). \qquad (2)$$

- Algorithme bayésien variationnel classique
  1. Initialisation
  2. Mettre à jour $q_1^{k+1}(x_1)$
  3. ...
  4. Mettre à jour $q_N^{k+1}(x_N)$ avec

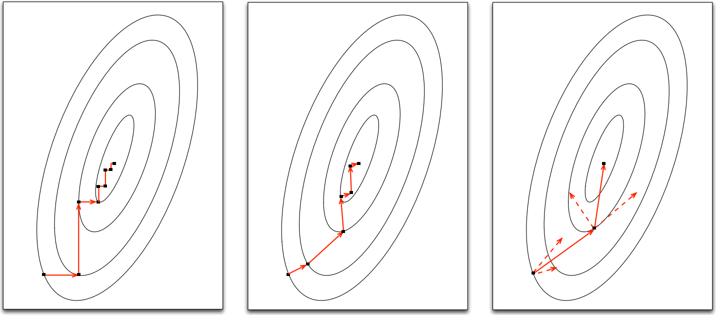
$$q_i^{k+1}(x_i) \propto \exp\left( \langle \log p(\mathbf{y}, \mathbf{x}, \gamma_{\mathbf{b}}, \gamma_p) \rangle_{\prod_{j<i} q_j^{k+1}(x_j) \prod_{j>i} q_j^k(x_j) q_{\mathbf{b}}^k(\gamma_{\mathbf{b}} \right. \qquad (3)$$

  5. Mettre à jour $q_{\mathbf{b}}^{k+1}(\gamma_{\mathbf{b}})$ et $q_p^{k+1}(\gamma_p)$
  6. Retourner à 2 jusqu'à convergence

Désavantage : Utilisation de l'algorithme alterné – inefficace surtout en grande dimension

# Méthodes d'optimisation dans $\mathbb{R}^N$

- Algorithme alterné
- Algorithme du gradient
- Méthode des sous-espaces.



# Gradient exponentialisé pour le Bayésien variationnel

Utiliser la structure de l'ensemble des densités de probabilités :
On construit une nouvelle densité à partir de la précédente grâce au théorème de Radon-Nikodym

$$q^{k+1} = hq^k$$

où $h \in L^1(q^k)$.

# Gradient exponentialisé pour le Bayésien variationnel

Utiliser la structure de l'ensemble des densités de probabilités :
On construit une nouvelle densité à partir de la précédente grâce au théorème de Radon-Nikodym

$$q^{k+1} = hq^k$$

où $h \in L^1(q^k)$.

## Choix de $h$

- Exponentielle du gradient de la fonctionnelle
- Exponentielle des méthodes de sous-espaces.

# Résultats

## Travaux réalisés

- Convergence des algorithmes.
- Application à des données parcimonieuses.
- Application à l'image (super-résolution).

# Résultats

## Travaux réalisés

- Convergence des algorithmes.
- Application à des données parcimonieuses.
- Application à l'image (super-résolution).

## Résultats

Méthodes plus rapides et plus efficaces en grande dimension que les méthodes de l'état de l'art.